NGUYỄN ĐỨC CHÍ

Giải bài tập
ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội

NGUYỄN ĐỨC CHÍ

Giải bài tập
ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH
11
(CƠ BẢN)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

- **GIẢI BÀI TẬP ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 CƠ BẢN**, được biên soạn với mục đích giúp học sinh đối chiếu và kiểm tra lại các kết quả khi thực hiện giải các bài tập trong sách giáo khoa. Muốn thế, các em hãy dành thời gian nhất định để làm các bài tập trong sách giáo khoa, sau đó đối chiếu và kiểm tra lại các kết quả thực hiện.
- **GIẢI BÀI TẬP ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 CƠ BẢN**, phụ huynh có thể sử dụng để kiểm tra con, em mình trong việc học tập và luyện tập các kiến thức và các kĩ năng cơ bản.
- **GIẢI BÀI TẬP ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 CƠ BẢN**, các đồng nghiệp có thể sử dụng để tham khảo.

Mong được sự góp ý chân thành của bạn đọc gần xa.

TÁC GIẢ

Chương I.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

NỘI DUNG CẦN NHỚ

1. Hàm số y = sinx

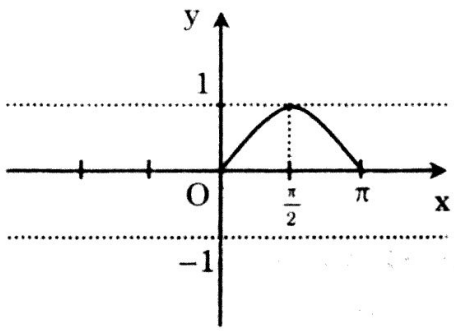
* Hàm số y = sinx

- Tập xác định $\mathbb{R}$, tập giá trị: $[-1; 1]$.
- Hàm số y = sinx là hàm số lẻ tuần hoàn chu kì 2π.

* Sự biến thiên và đồ thị hàm số y = sinx trên đoạn $[0; \pi]$

- Hàm số y = sinx đồng biến trên $[0; \frac{\pi}{2}]$, nghịch biến trên $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.
- Bảng biến thiên.

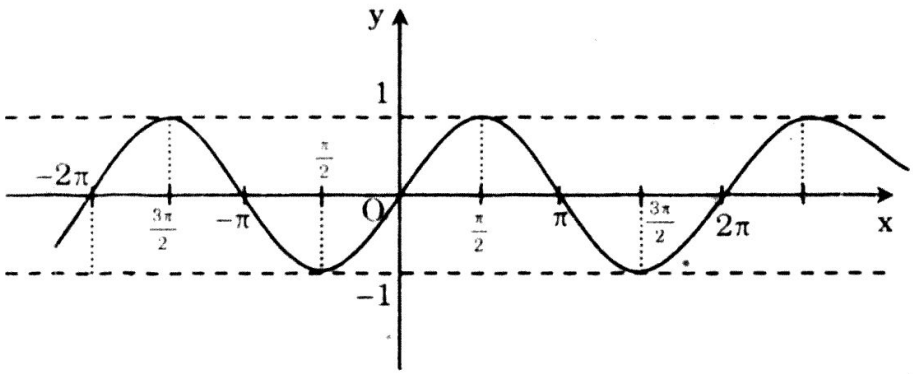
x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y = sin x	0	↗	1	↘	0



- Đồ thị hàm số y = sinx trên đoạn $[0; \pi]$.

* Đồ thị hàm số y = sinx trên $\mathbb{R}$

- Hàm số y = sinx là hàm số lẻ nên lấy đối xứng của đồ thị trên đoạn $[0; \pi]$ qua 0, ta được đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$.
- Hàm số y = sinx là hàm số tuần hoàn chu kì 2π ta tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ theo vectơ $\vec{v} = (2\pi; 0)$ và $-\vec{v} = (-2\pi; 0)$ ta được đồ thị hàm số y = sinx trên $\mathbb{R}$.



2. Hàm số y = cosx

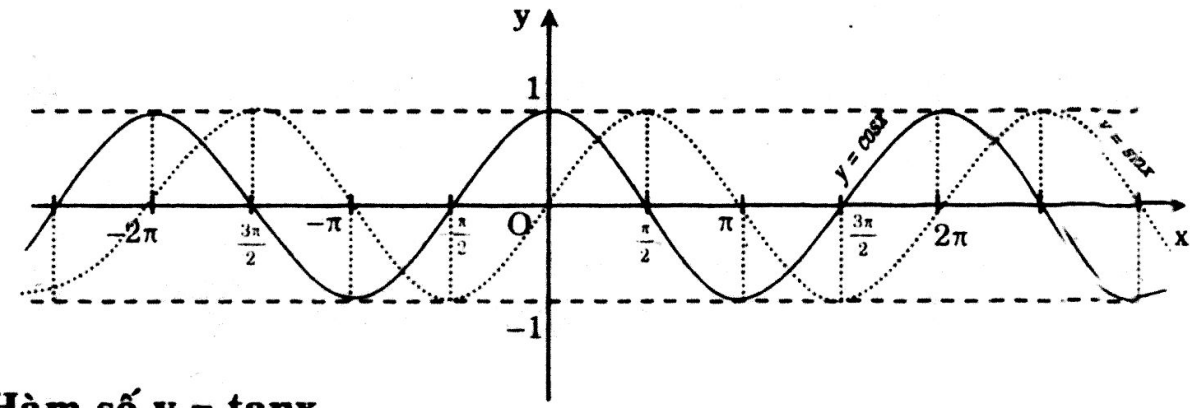
* Hàm số y = cosx

- Tập xác định $\mathbb{R}$, tập giá trị $[-1; 1]$.
- Hàm số y = cosx là hàm số chẵn, tuần hoàn chu kì 2π.

* Đồ thị của hàm số y = cosx trên $\mathbb{R}$

- $\forall x \in \mathbb{R}$, $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.

Đồ thị của hàm số y = cosx suy ra từ đồ thị hàm số y = sinx bằng cách tịnh tiến đồ thị này theo vectơ $\vec{u}\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. (Sang trái một đoạn độ dài bằng $\frac{\pi}{2}$, song song trục hoành).



3. Hàm số y = tanx

* Hàm số y = tanx

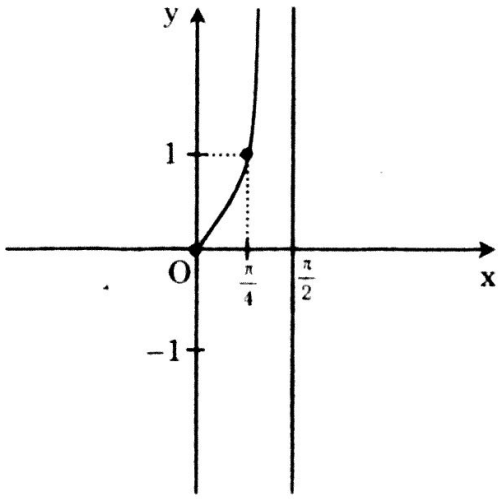
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$.
- Hàm số y = tanx là hàm số lẻ, tuần hoàn chu kì π.

* Sự biến thiên và đồ thị hàm số y = tanx trên nửa khoảng $[0; \frac{\pi}{2})$.

- Hàm số y = tanx đồng biến trên $[0; \frac{\pi}{2})$.
- Bảng biến thiên.

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
y = tan x	0	↗	1	↗	$+\infty$

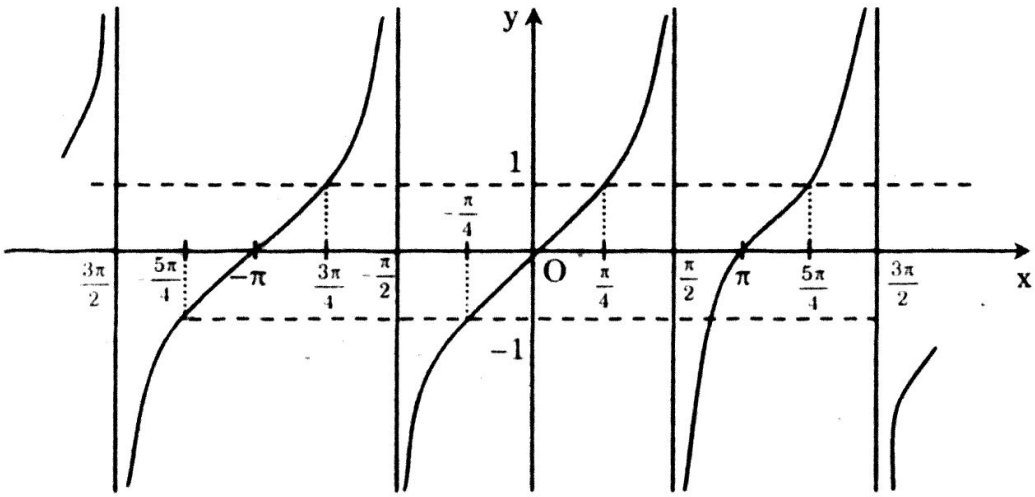
• Đồ thị hàm số y = tanx trên nửa khoảng $[0; \frac{\pi}{2})$.



* Đồ thị hàm số y = tanx trên D.

• Hàm số y = tanx là hàm số lẻ nên lấy đối xứng của đồ thị trên nửa khoảng $[0; \frac{\pi}{2})$ qua O, ta được đồ thị hàm số trên nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

• Hàm số y = tanx là hàm số tuần hoàn chu kì π, ta tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ theo vectơ $\vec{v} = (\pi; 0)$ và $-\vec{v} = (-\pi; 0)$ ta được đồ thị hàm số y = tanx trên D.



4. Hàm số y = cotx

* Hàm số y = cotx.

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

• Tập giá trị $\mathbb{R}$.

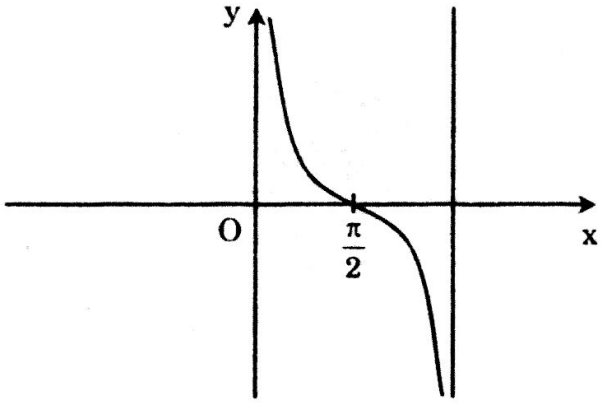
• Hàm số y = cotx là hàm số lẻ, tuần hoàn chu kì π.

* Sự biến thiên và đồ thị của hàm số y = cotx trên khoảng $(0; \pi)$.

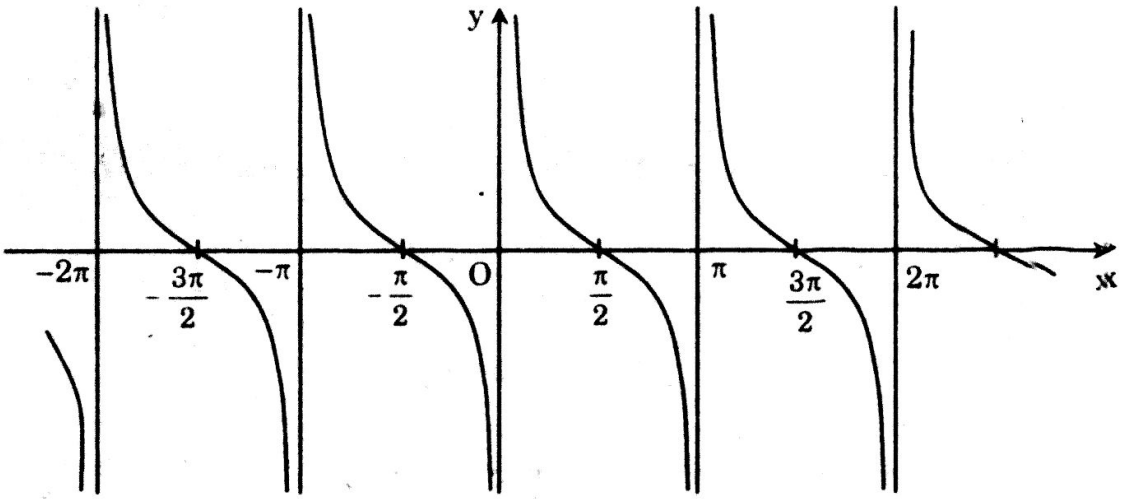
- Hàm số y = cotx nghịch biến trên $(0; \pi)$.
- Bảng biến thiên.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y = cot x	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

- Đồ thị hàm số y = cotx trên khoảng $(0; \pi)$.



* Đồ thị hàm số y = cotx trên D.



BÀI TẬP

1. Hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số y = tanx:

a) Nhận giá trị bằng 0;

b) Nhận giá trị bằng 1;

c) Nhận giá trị dương;

d) Nhận giá trị âm.

Giải

Căn cứ đồ thị hàm số y = tanx trên $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

a) tanx = 0 tại $x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$.

b) $\tan x = 1$ tại $x = -\frac{3\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$.

c) $\tan x > 0$ khi $x \in (-\pi; -\frac{\pi}{2}) \cup (0; \frac{\pi}{2}) \cup (\pi; \frac{3\pi}{2})$.

d) $\tan x < 0$ khi $x \in (-\frac{\pi}{2}; 0) \cup (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

2. Tìm tập xác định của các hàm số:

a) $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$;

b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$;

c) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;

d) $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Giải

a) Hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ xác định khi $\begin{cases} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0 \\ 1 - \cos x \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 1 - \cos x > 0$ (do $1 + \cos x \geq 0$)

$\Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

c) Hàm số $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi:

$$x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Hàm số $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi $x + \frac{\pi}{6} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

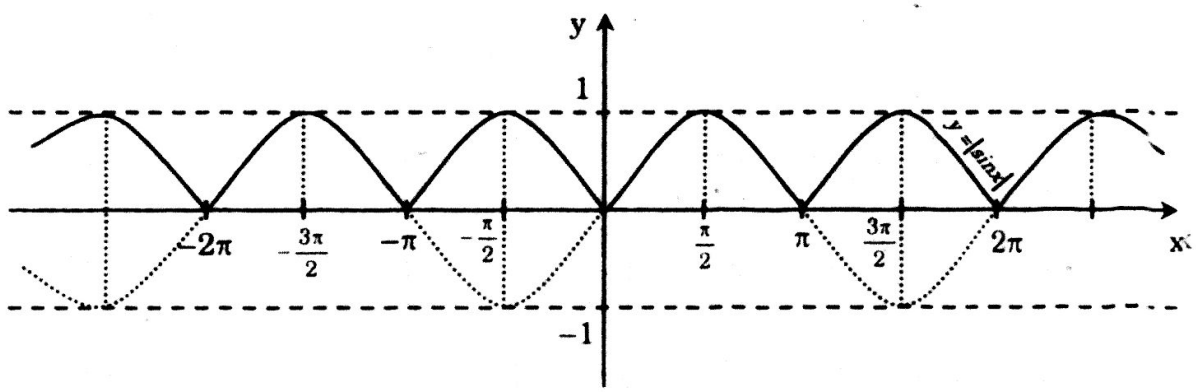
3. Dựa vào đồ thị của hàm số y = sinx, hãy vẽ đồ thị của hàm số y = $|\sin x|$.

Giải

Ta có $|\sin x| = \begin{cases} \sin x \text{ nếu } \sin x \geq 0 \\ -\sin x \text{ nếu } \sin x < 0 \end{cases}$

Mà $\sin x < 0 \Leftrightarrow x \in (\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Nếu lấy đối xứng qua Ox của phần đồ thị y = sinx trên các khoảng này và giữ nguyên phần đồ thị hàm số y = sinx trên các khoảng còn lại ta có đồ thị hàm số y = $|\sin x|$.

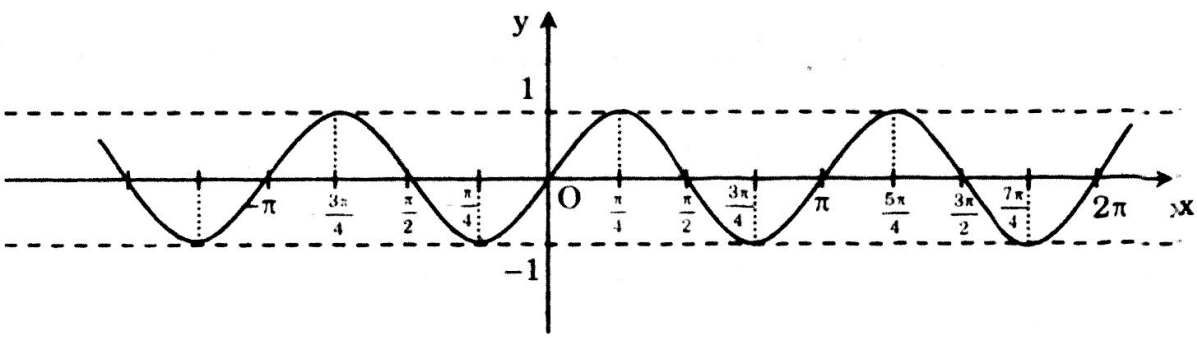


4. Chứng minh rằng sin 2(x + kπ) = sinx với mọi số nguyên k. Từ đó vẽ đồ thị hàm số y = sin2x.

Giải

Ta có $\sin 2(x + k\pi) = \sin(2x + 2k\pi) = \sin 2x, k \in \mathbb{Z}$.

Từ đó suy ra hàm số y = sin2x là hàm số tuần hoàn chu kì π, mặt khác y = sin2x là hàm số lẻ, do đó ta vẽ đồ thị hàm số y = sin2x trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, rồi lấy đối xứng qua O ta có đồ thị trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ rồi sử dụng phép tịnh tiến $\vec{v} = (\pi; 0)$ và $-\vec{v} = (-\pi; 0)$ ta được đồ thị hàm số y = sin2x.

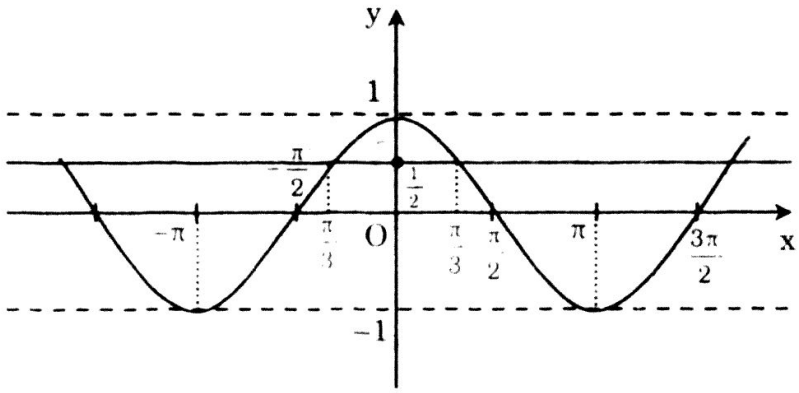


5. Dựa vào đồ thị hàm số y = cosx, tìm các giá trị của x để cosx = $\frac{1}{2}$.

Giải

Cắt đồ thị y = cosx bằng đường thẳng y = $\frac{1}{2}$

Trên $[-\pi; \pi]$. Giao điểm có hoành độ tương ứng $x = -\frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{3}$.



Vậy giá trị của x tương ứng để cosx = $\frac{1}{2}$ là $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

6. Dựa vào đồ thị hàm số y = sin x, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị dương.

Giải

Căn cứ vào đồ thị hàm số y = sinx; sinx > 0, ứng với phần đồ thị nằm phía trên Ox.

Vậy $x \in (k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.